BREVET BLANC 3ème

MATHÉMATIQUES

<u>Durée</u> : 2 heures

Il n'est pas autorisé de quitter la salle **avant la fin de l'épreuve.**

Ce devoir comprend **trois parties** indépendantes :

- activités numériques pages **2** à **3**
- activités géométriques pages **4** à **5**
- problème pages **6** à **8**

L'usage de **la calculatrice est autorisé**.

4 points sont attribués à la qualité de la présentation et à la rédaction.

Le sujet comporte **8 pages**.

PARTIE 1

ACTIVITÉS NUMÉRIQUES (12 points)

EXERCICE 1

Calculer les expressions A et B

Donner les résultats sous la forme de **fraction irréductible** pour A

et de **notation scientifique** pour B

$$A = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21} \qquad\qquad B = \frac{7 \times \left(10^5\right)^2 \times 10^{-2}}{35 \times 10^3}$$

EXERCICE 2

Exprimer C et D sous la forme $a\sqrt{b}$, où a et b sont des nombres entiers avec b le plus petit possible :

$$C = \sqrt{45} - \sqrt{500} \qquad\qquad D = \left(\sqrt{2} + \sqrt{3}\right)^2 - 5$$

EXERCICE 3

On considère l'expression $E = 49 - (3 - 5x)^2$

1) Développer, réduire et ordonner l'expression E
2) Factoriser au mieux l'expression E
3) Résoudre l'équation $(4 + 5x)(2 - x) = 0$

EXERCICE 4

1) Calculer, (en laissant les étapes des calculs apparents), le **PGCD** de **5148** et de **1386**
2) Rendre irréductible la fraction $\frac{5148}{1386}$

EXERCICE 5

Le 20 avril, le débit de la Meurthe était de x $\boldsymbol{m^3}$ **par seconde**.
Après une journée de pluie, le débit **a augmenté de 12 %.**

Sachant que le débit était **de 70** m^3 **par seconde** le 21 avril, calculer le débit initial x.

EXERCICE 6

Pour **6** kilogrammes de vernis et **4** litres de cire on paie **95 euros**.
Pour **3** kilogrammes de vernis et **3** litres de cire on paie **55,50 euros**.

Quels sont les prix du kilogramme de vernis et du litre de cire ?
Justifier la réponse.

PARTIE 2

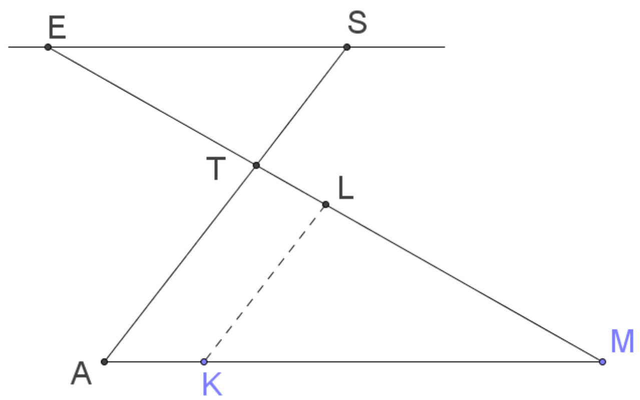
ACTIVITÉS GÉOMÉTRIQUES (12 points)

EXERCICE 1

Sur la figure ci-contre, les droites **(AM)** et **(ES)** sont parallèles.
Les droites **(AS)** et **(EM)** se coupent en **T**.
L'unité de longueur est le centimètre.

On donne :
ST = 3   AT = 5   AM = 10 TM = 8

On ne demande pas de tracer une nouvelle figure.



1) Le triangle ATM est-il rectangle en T ?
   Justifier la réponse.

2) Calculer la distance TE.

3) On donne **ML = 6,4** et **AK = 2**
   Les droites (AT) et (KL) sont-elles parallèles ?

Justifier la réponse.

EXERCICE 2

1) Construire un triangle RUN **rectangle en** R tel que $RN = 3{,}7\ cm$ et $RU = 4{,}9\ cm$.
2) Donner la valeur arrondie au dixième de degré de l'angle $R\hat{U}N$.

EXERCICE 3

1) Construire un triangle ABC tel que **AB = 6 cm**
AC = 9 cm
BC = 4,5 cm

2) On appelle I le milieu du segment **[AC].**
Expliquer pourquoi les droites **(BI)** et **(AC)** ne sont pas perpendiculaires.

3) a) Construire le point D, symétrique du point **B** par rapport au point **I**.

b) Construire le point F, symétrique du point **B** par rapport à la droite **(AC)**.

c) On appellera H le point d'intersection de (BF) et (AC).
Démontrer que les droites **(DF)** et **(AC)** sont parallèles.

4) Quel est le centre du cercle $\mathcal{E}$, cercle circonscrit au triangle BDF ?
Justifier la réponse.

PARTIE 3

PROBLÈME (12 points)

Les deux parties peuvent être traitées séparément

ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle tel que :

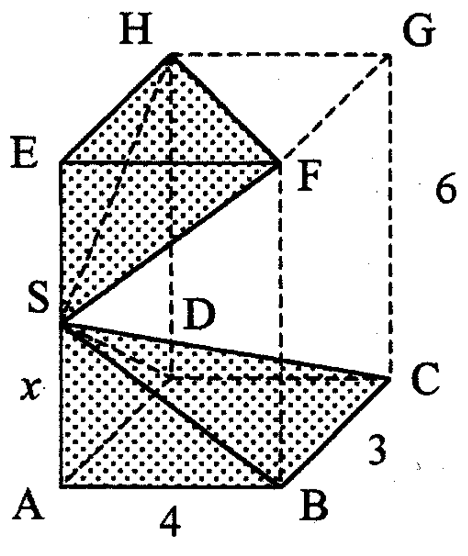
AB = 4 *cm* **BC** = 3 *cm* **AE** = 6 *cm*

Un point quelconque S de l'arête **[AE]** permet de définir :

- Une pyramide SABCD de hauteur **[SA]** et de base le rectangle ABCD.
- Une pyramide SEFH de hauteur **[SE]** et de base le triangle rectangle EFH
-

On rappelle que le volume d'une pyramide est donné par la formule :

$$V = \frac{1}{3} \times \textbf{\textit{aire de la base}} \times \textbf{\textit{hauteur}}$$



PREMIÈRE PARTIE : Dans cette partie, on pose **SA = *x cm*** $(0 \leq x \leq 6)$

1) a) Calculer l'aire du rectangle ABCD
   b) Exprimer, en fonction de x, le volume V_1 de la pyramide SABCD

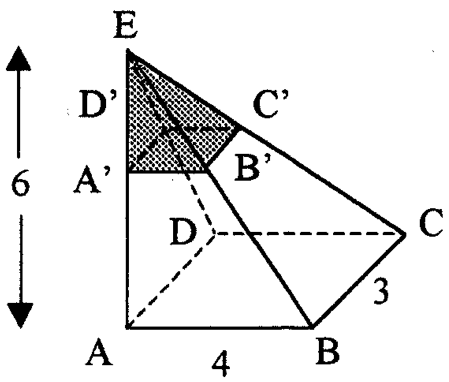
2) a) Calculer l'aire du triangle rectangle EFH.
   b) Exprimer la longueur SE en fonction de x.
   c) Montrer que le volume V_2 de la pyramide SEFH est égal à : $-2x+12 \ cm^3$.

3) a) Déterminer la valeur de x pour laquelle $V_1 = V_2$
   b) Quelle est alors la valeur commune des volumes des pyramides SABCD et SEFH ?

4) **(Les tracés sont à faire sur une feuille de papier millimétré)**
   Le plan est muni d'un repère orthogonal avec pour unités :
   1 cm sur l'axe des abscisses représente 1 cm
   1 cm sur l'axe des ordonnées représente 2 cm^3

   a) Représenter graphiquement dans ce repère, et pour $0 \leq x \leq 6$, les fonctions définies par $f(x) = 4x$ et $g(x) = -2x+12$.
   b) Mettre en évidence sur le graphique le résultat de la question 3)

DEUXIÈME PARTIE :
Dans cette partie x = 6 cm, donc le point **S** est confondu avec le point **E**.
On considère à présent la pyramide EABCD de hauteur **[EA]** et de base le rectangle ABCD.



1) Calculer le volume V de la pyramide EABCD.

2) Cette pyramide est coupée par un plan parallèle à son plan de base.
La section plane obtenue est A'B'C'D'.
On rappelle que la pyramide EA'B'C'D' *est une réduction de la pyramide* EABCD.
On donne EA' = 2,4 cm.

a) Déterminer le coefficient de réduction
b) En déduire le volume V' de la pyramide réduite EA'B'C'D'
c) Calculer alors le volume V'' du tronc de pyramide restant

3) a) Quelle fraction du volume total V le volume V'' du tronc de pyramide représente-t-il ?
b) Exprimer cette fraction en pourcentage.